

基于贝叶斯阈值的多小波基联合去噪

刘 慧, 彭良玉

(湖南师范大学 物理与信息科学学院, 湖南 长沙 410081)

摘 要: 本文用贝叶斯阈值法来确定阈值, 提出在不同子带和不同方向上使用不同的阈值, 结合改进的软阈值函数, 并采用 2 个小波基加权联合去噪. 实验证明, 此法与 Visushrink、Sureshrink、Bayesshrink 及 Wiener 滤波相比, 在去噪的同时保留了更多的图像纹理, 峰值信噪比也提高 0.1~1.45dB 不等, 充分说明了该方法的有效性.

关键词: 图像去噪; 贝叶斯阈值; 软阈值函数; 多小波基; 加权平均

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)07-0121-03

Jointed Multi-Wavelet Bases Based Bayesian Thresholding for Image Denoising

LIU Hui, PENG Liang-yu

(College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract: This paper proposed different thresholds based on Bayesian framework for different subbands and orientations combined with improved soft threshold function. Meanwhile, this paper used two wavelets to get weighted average final image. Experiments show that this method remains more grain and raise PSNR form 0.1 to 1.45dB. It was effective when comparing with Visushrink, Sureshrink, Bayesshrink and Wiener filtering.

Key words: image denoising; Bayesian threshold; soft threshold function; multi-wavelet bases; weighted average

1 引言

图像在传输和获取的过程中会受到各种噪声的干扰, 因此在后续高层次处理之前必须对图像进行去噪以提高图像质量. 由于小波变换具有良好的局部特性, 因此作为一种图像处理工具得到了广泛的应用.

小波去噪的基本方法有模极大值去噪法、小波系数相关性去噪法、小波阈值去噪法等^[1]. 其中小波阈值去噪法在最小均方误差意义下可达近似最优并能取得较好的视觉效果.

小波阈值去噪法的两个关键因素在于阈值的确定和阈值函数的选取. 目前, 阈值确定的方法有文献[2]提出的 VisuShrink 方法, 也称通用阈值法. VisuShrink 与 Sure 阈值结合产生了 SureShrink 法^[3]以及 SG Chang 等人提出的 BayesShrink 法^[4]. 后又

出现了多种不同的阈值确定方法. 如基于 stein 无偏估计的 SureShrink 方法和基于 Bayes 准则的 BayesShrink 方法. 这两种方法都是使用软阈值函数来进行处理的.

常用的阈值函数有软阈值函数和硬阈值函数. 软阈值估计得到的小波系数整体连续性好, 但估计信号与原始信号之间存在恒定偏差, 直接影响了重构信号与真实信号的逼近. 硬阈值法在均方差意义上优于软阈值, 但由于其在阈值处的不连续使所得到的图像产生附加振荡.

人们常用单小波进行图像处理, 而使用多个小波基联合去噪能将小波基的光滑性、紧支性、正交性和对称性完美结合, 从而达到更好的去噪效果.

针对小波分解后的图像各层各方向的小波系数均用 BayesShrink 法分别确定最佳阈值, 使用改进

后的阈值函数进行处理,再选用两个小波基进行加权平均计算得到最终去噪图像。

2 算法描述及参数确定

2.1 最佳阈值确定

最佳阈值 T 的确定是小波阈值去噪法中一个关键问题。VisuShrink 法使用噪声标准差和小波系数中所有高频系数的个数来确定阈值。SureShrink 法是先给定一个阈值 T ,得到它的似然估计,再将该估计最小化就可以得到所求阈值,这是一种软件阈值估计器。

SG Chang 等人根据图像小波系数基于广义高斯分布的特点提出了一种自适应阈值确定方法 BayesShrink,其阈值计算公式为

$$T = \frac{\sigma^2}{\sigma_x} \quad (1)$$

其中, σ^2 是噪声方差, σ_x^2 是信号方差。

根据式(1),提出一种对小波分解的不同子带不同方向的阈值确定方法。

加噪图像的模型可以表示为:

$$g(i, j) = f(i, j) + \epsilon(i, j) \quad (2)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

其中 $f(i, j)$ 是原始图像,噪声 $\epsilon(i, j) \sim N(0, \sigma^2)$ 且为独立同分布,与 $f(i, j)$ 也相互独立。 $n \times n$ 是图像尺寸。

最佳阈值确定步骤如下:

(1)对噪声方差 σ^2 进行如下估计^[5]:

$$\sigma(s, j) = \frac{\text{median}(|Y(s, j)|)}{0.6745} \quad (3)$$

$s=1, 2, 3$ 分别为水平方向系数 HL_j ,垂直方向系数 LH_j 和对角方向系数 HH_j 。 $j=1, 2, \dots, L$, 代表分解层数, L 为最大分解层数。 $Y(s, j)$ 代表加噪图像的小波系数。

(2)对图像的小波系数方差 σ_x^2 进行估计。因 $Y(s, j)$ 服从高斯分布,有:

$$\sigma_Y^2(s, j) = \frac{1}{n^2(j)} \sum_{i,j=1}^{n(j)} Y^2(i, j) \quad (4)$$

又因图像小波系数与噪声小波系数相互独立,则根据(2)式得到

$$\sigma_x(s, j) = \sqrt{\max(\sigma_Y^2(s, j) - \sigma^2(s, j), 0)} \quad (5)$$

(3)将式(3)和式(5)代入式(1),就可以得到最佳阈值表达式:

$$T(s, j) = \begin{cases} \sigma^2(s, j) / \sigma_x(s, j) & \sigma_x(s, j) > 0 \\ \max(|Y(s, j)|) & \sigma_x(s, j) \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

2.2 改进的阈值函数

常用阈值函数有软阈值函数与硬阈值函数两种^[6]。硬阈值函数在小波域存在不连续点,会令去噪后的图像产生附加噪声;而软阈值函数在小波域连续,但由其估计得到的小波系数与原始图像小波系数之间存在恒定偏差。本文结合软硬阈值函数的特点,提出一种改进函数如下:

$$\delta(x) = \text{sgn}(x) \cdot \{\max(|x| - aT), 0\} \quad (7)$$

$a \in (0, 1)$

可以看出当 $a=0$ 时式(7)变为硬阈值函数; $a=1$ 时为软阈值函数。当图像包含大量平滑区域时, a 的取值在 0.5 与 1 之间;当图像包含的纹理区域较多时, a 的值在 0 与 0.5 之间。在 $(0, 1)$ 区间调整 a 能够取得更好的去噪效果。该阈值函数缩小了软阈值估计与实际信号间的恒定偏差,但又不能将偏差减小为 0,如为 0 则变为硬阈值函数,不能达到改善目的。实验数据表明,当噪声方差较小时, a 的取值接近 0 效果较好,反之取接近 1 的值效果较好。

2.3 小波基的选择

图像及噪声经过小波分解后各尺度系数的分布情况会影响去噪效果,而小波基的选取影响分解后的小波系数分布,因此小波基的选取会直接影响去噪效果^[6]。现有的几种小波基函数主要有正交小波,双正交小波,半正交小波等。常用的几种小波有 Db 正交小波系, Sym 正交小波系,墨西哥帽小波, Meyer 小波等。不同小波基去噪效果的差异与噪声水平高低,图像特点等具体情况有关^[7]。根据实验数据,本文选择 sym11 与 coif5 两个小波基联合去噪。

2.4 加权平均

在分别使用单个小波基对图像进行阈值处理后得到不同的恢复图像,然后对多幅图像进行加权平均^[8]。其处理流程如图 1 所示。

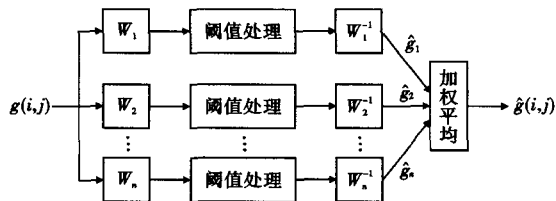


图 1 加权平均算法流程图

$W_1, W_2, \dots, W_n$ 为 n 个小波基, $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_n$ 为加噪图像 f 经 n 个小波阈值去噪后的图像, $\hat{g}$ 为 $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_n$ 加权平均后得到的最终去噪图像。加权平均方法为:

$$\begin{aligned}\hat{g}(i, j) &= k_1 \hat{g}_1 + k_2 \hat{g}_2 + \cdots + k_N \hat{g}_N \\ &= \sum_{n=1}^N k_n \hat{g}_n(i, j)\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $k_1, k_2, \dots, k_N$ 为加权系数,且它们的和为 1.

由于文中噪声与图像是相互独立的,根据式(2)可知方差也有相同的关系,即 $\sigma_{g_n}^2$ 等于 $\sigma_{f_n}^2$ 与 $\sigma_{\epsilon_n}^2$ 之和. $\sigma_{g_n}^2$ 表示去噪图像信号方差, $\sigma_{f_n}^2$ 表示原始信号方差, $\sigma_{\epsilon_n}^2$ 表示噪声方差. 设小波变换对图像信号无损失,即 $\sigma_{f_n}^2$ 与 $\sigma_{f_1}^2, \sigma_{f_2}^2, \dots$ 相等,若 $\sigma_{g_{n1}}^2$ 大于 $\sigma_{g_{n2}}^2$, $n_1, n_2 \in (1, N)$, 则 $\sigma_{\epsilon_{n1}}^2$ 大于 $\sigma_{\epsilon_{n2}}^2$, 这说明 W_{n2} 小波去噪能力强于 W_{n1} . 由上述分析可知, W_n 小波的去噪能力与去噪后图像方差 $\sigma_{g_n}^2$ 成反比,故可将权系数定义如下:

$$k_n = \frac{1/\sigma_{g_n}^2}{\sum_{n=1}^N 1/\sigma_{g_n}^2}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

由式(9)可知, $\sigma_{g_n}^2$ 越小, W_n 小波去噪能力越强,则其权系数越大. 权系数充分体现了各小波基的权重,避免过多丢失细节和过平滑现象,且无需掌握图像先验信息.

3 算法步骤

本文提出的算法步骤如下:

- (1) 用单个小波 sym11 对图像进行 3 层分解.
- (2) 使用公式(6)分别对各个子带各方向的小波系数计算最佳阈值.
- (3) 选择合适的 a 值并用式(7)进行阈值处理,再经小波逆变换得到一幅去噪图像.
- (4) 用 coif5 小波重复步骤(1)~(3).
- (5) 根据式(9)计算加权系数.
- (6) 将权系数与两个小波单独处理得到的图像代入式(8)进行加权平均,得到最终去噪图像.

4 评价标准及仿真实验

4.1 评价标准

常见的客观评价有最小均方差(MSE)和峰值信噪比(PSNR). 本文采用 PSNR 作为客观评价标准. 设图像大小为 $M \times N$, 其计算公式如下:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \left[\frac{255^2}{\frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\hat{f}(i, j) - f(i, j)]^2} \right] \quad (10)$$

其中 $\hat{f}(i, j)$ 为去噪后图像, $f(i, j)$ 为原始图像.

4.2 仿真实验

选用大小均为 512×512 的 lena, goldhill, barbara, baboon 作为原始图像. 前两幅代表了平滑区域较多的情况,后两幅代表边缘纹理较多的情况. 噪声水平分别为 $\sigma=10, 20, 30$. 对于加噪图像,分别用以下方法进行去噪: VisuShrink、SureShrink、BayesShrink、Wiener 及本文方法,并比较去噪效果. 在前三种方法中使用 sym11 小波和软阈值函数,维纳滤波选择 3×3 的邻域. 得到的 PSNR 数据如表 1 所示.

表 1 各种去噪法应用于四幅图像的 PSNR 比较

	PSNR	VisuShrink	SureShrink	BayesShrink	Wiener	本文方法
Lena	$\sigma=10$	30.555	29.523	32.942	33.588	33.879
	$\sigma=20$	28.187	22.103	29.783	28.985	30.921
	$\sigma=30$	26.93	18.58	27.919	25.694	28.785
Goldhill	$\sigma=10$	28.436	28.144	28.76	31.807	31.908
	$\sigma=20$	26.718	22.102	27.186	28.278	29.079
	$\sigma=30$	25.879	18.58	26.184	25.357	27.533
Barbara	$\sigma=10$	27.334	28.152	28.349	29.743	30.835
	$\sigma=20$	24.638	22.103	24.785	26.675	27.575
	$\sigma=30$	23.556	18.58	23.638	24.186	25.52
Baboon	$\sigma=10$	23.171	28.136	25.385	26.512	29.582
	$\sigma=20$	21.586	22.105	22.709	24.795	25.544
	$\sigma=30$	20.843	18.58	21.372	23.081	23.675

可以看到本文方法应用于四幅图像在不同噪声水平时, PSNR 比其他四种方法都有提高,幅度从 0.1~1.45dB 不等.

5 结束语

本文提出了一种基于 Bayes 准则的不同子带不同方向的自适应阈值,结合改进的软阈值函数,使用两个小波基联合去噪的方法. 仿真实验证明,这种方法改善了图像质量,提高了峰值信噪比. 在去噪的同时更多的保留了图像纹理,使得图像有更好的视觉效果. 由于本方法只针对加性高斯白噪声进行去噪研究,因此后续可以对其他类型噪声的去除方法进行研究.

参考文献:

- [1] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41 (3): 613-627.
- [2] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

(下转第 127 页)

5 结束语

文中根据图像的灰度值,确定人脸遮挡区域,即人脸遮挡类型,生成遮挡掩模,找到重建系数,实现自动重建局部遮挡人脸.实验结果表明,重建后的人脸减弱了遮挡的影响,提高识别率20%,达到弱化处理的目的.

参考文献:

- [1] 陈雪荣,敬忠良,孙韶媛.一种处理红外人脸识别中眼镜干扰的方法[J].上海交通大学学报,2006(3/4):467-470.
- [2] Tschumperle D, Deriche R. Vector-valued image regularization with PDEs: a common framework for different applications [J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2005, 27(4):506-517.

- [3] Oh H J, Lee K M, Lee S U. Occlusion invariant face recognition using selective local non-negative matrix factorization basis images[J]. Image Vis Comput, 2008, 26(11):1515-1523.
- [4] 谈书才,黄景涛.基于LLE和LS-SVM的人脸识别方法[J].微电子与计算机,2010,27(7):110-114.
- [5] 安高云.复杂条件人脸识别中的若干关键问题的研究[D].北京:北京交通大学,2008.
- [6] 杨颖娴.基于PCA算法和小波包变换的人脸识别技术[J].微电子学和计算机,2011,28(1):92-95.

作者简介:

杜杏菁 女,(1976—),讲师.研究方向为图像处理与模式识别.

王晓菊 女,(1981—),讲师.研究方向为图像处理.

(上接第123页)

- [3] Chang SG, Yu Bin, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9):1532-1546.
- [4] Donoho D L, Jonestone IM. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(12):425-455.
- [5] 李旭超,朱善安.小波域图像降噪概述[J].中国图象图形学报,2006,11(9):1201-1209.
- [6] 罗瑜,于晓明,王建文.基于小波阈值的断层扫描图像去噪细化处理[J].微电子学与计算机,2010,27(10):152-155.
- [7] 蔡敦虎,羿旭明.小波基的选取对图像去噪的影响[J].数学杂志,2005,25(2):185-190.
- [8] 龚昌来.基于数据融合的多小波基联合图像去噪[J].嘉应学院学报:自然科学,2008,26(3):93-96.

作者简介:



刘慧 女,(1982—),硕士研究生.研究方向为数字图像处理.



彭良玉 女,(1965—),博士,博士后,硕士生导师.研究方向为信号处理和有源滤波器设计.